SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TÂY NINH

**TRƯỜNG THPT TÂN CHÂU**

--------- **🙞 \* 🙜** ---------

**ĐỀ CƯƠNG**

**GIỮA HỌC KÌ II TOÁN 12**



**TỔ: TOÁN**

**Năm học: 2020-2021**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. **NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN- ỨNG DỤNG** | | | | | | | | | | | | |
| 1. **Công thức nguyên hàm:** | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | |
|  |  | | | | | | | | | | |  |
|  | | | |  | | | | | | |  | |
|  | | |  | | | | | | | |  | |
|  | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | |  | | |
|  | | | | | | | | |  | | | |
|  | | | | | | | |  | | | | |
|  | | | | | | | |  | | | | |
|  | |  | | | | | | | | |  | |
|  | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | |  | | | | |
|  | | | | | | |  | | | | | |
|  | | | | |  | | | | | | | |
|  | | | | |  | | | | | | | |
|  | | | | | |  | | | | | | |
|  | | | | | |  | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | |
| 1. **Tích phân:** | | | | | | | | | | | | |
| 1. **Định nghĩa:** với  là một nguyên hàm của  trên . 2. **Tính chất:**  |  |  | | --- | --- | |  |  | | (*k* là hằng số) |  | |  |  | | Nếu  thì | | | Nếu  thì | | | **🖎 Đặc biệt:**   * Nếu hàm  là **hàm số lẻ** trên  thì * Nếu hàm  là **hàm số chẵn** trên  thì  . | | | | | | | | | | | | | | |
| 1. **Phương pháp tính tích phân:** | | | | | | | | | | | | |
| 1. **Phương pháp tích phân từng phần:**   Quy tắc chung: . Ta xét các dạng phổ biến sau:   |  |  | | --- | --- | | * **Dạng  với  là đa thức đại số,  là hàm lượng giác hoặc hàm mũ.**   .  **☞Lưu ý:** nên kết quả có dạng , ta chủ động chọn 1 giá trị  có lợi cho tính toán sau này. | **Minh họa:**   * .   Đặt .  Ta có:     * .   Đặt  . | | * **Dạng  với  là đa thức đại số hoặc phân thức,  là hàm logarit.**   . | **Minh họa:**   * .   Đặt  .     * .   Đặt . | | | | | | | | | | | | | |
| 1. **Phương pháp tích phân đổi biến:**  * **Đổi biến loại 1:** Xét tích phân dạng  .   Đặt  . Đổi cận: .  Khi đó tích phân cần tính là: . **Ta xét các dạng phổ biến sau:**   |  |  | | --- | --- | | 1. **Dạng** **.**   **(**hoặc**)** | * Đặt . * Đổi cận: . * Ta có: | | 1. **Dạng** **.**   . | * Đặt . Đổi cận: . | | 1. **Dạng** **.**   hay v.v… | * Đặt  . * Ta có: | | 1. **Dạng** **.**   hay | * Đặt . * Ta có: . | | 1. **Dạng** **.**   hay . | .   * Đặt  . Khi đó: . | | 1. **Dạng** **.**   hay**.** | .   * Đặt . * Khi đó | | 1. **Dạng**   hay **.** | * Đặt . * Khi đó . | | 1. **Dạng** **.**   hay | .   * Đặt . * Khi đó: | | 1. **Dạng** **.**   hay**.** | * Đặt  . * Khi đó: | | 1. **Dạng** **.**   hay**.** | .   * Đặt . | | 1. **Dạng** **.** | * Đặt . * Ta có: |  * **Đổi biến loại 2:** Xét tích phân dạng  trong đó  phức tạp và không thể tính nguyên hàm trực tiếp. **Đổi biếnloại 2** là ta đặt: .**Ta xét 4 dạng phổ biến sau:**  |  |  | | --- | --- | | 1. **Dạng** **.**   **(**hay **).** | * Đặt  . Đổi cận: Ta có:   do   * Ta có: | | 1. **Dạng**   **hay** **.**  **.** | * Đặt . * Đổi cận: . * Khi đó: . * Vậy | | 1. **Dạng**   hay | * Đặt . * Đổi cận: * Khi đó: | | 1. **Dạng**   **.** | * Đặt * Đổi cận:   Ta có: | | | | | | | | | | | | | |
| 1. **Ứng dụng tích phân để tính diện tích – thể tích:** | | | | | | | | | | | | |
| * Hình phẳng giới hạn bởi các đường , trục ,  thì có diện tích: | | | | | | | | * Hình phẳng giới hạn bởi các đường , ,  thì có diện tích: | | | | |
| * Khi xoay hình phẳng  quanh , ta được khối trụ tròn có thể tích | | | | | | | | * Khi xoay hình phẳng  quanh , được khối trụ tròn có thể tích . | | | | |
| * Xét hình khối được giới hạn bởi hai mặt phẳng . Khi cắt khối này ta được thiết diện có diện tích  (là hàm liên tục trên [*a;b*]). Thể tích khối này trên  là: . | | | | | | | | | | | | |
| 1. **Công thức chuyển động:** | | | | | | | | | | | | |
| |  |  | | --- | --- | | Xét hàm quảng đường  hàm vận tốc  và hàm gia tốc . Ba hàm này sẽ biến thiên theo . | | |  |  | | | | | | | | | | | | | |
| **\*BÀI TẬP ÁP DỤNG**  **BÀI 1: NGUYÊN HÀM**  **MỨC ĐỘ: NHẬN BIẾT.**  **Câu 1:** Họ nguyên hàm của hàm số  là  **A.**. **B.**.  **C.**. **D.**.  **Câu 2:** Họ nguyên hàm của hàm số  là  **A.** **B.** **C.** **D.**  **Câu 3:** Họ nguyên hàm của hàm số  là  **A.** **B.** **C.** **D.**  **Câu 4:** Cho hàm số. Tìm .  **A.** **B.**  **C.** **D.**  **Câu 5:** Mệnh đề nào sau đây **sai?**  **A.** , với mọi hàm số  và  liên tục trên  **B.** , với mọi hàm số  có đạo hàm liên tục trên  **C.** , với mọi hàm số  và  liên tục trên  **D.**, với mọi hàm số  liên tục trên  và mọi số thực  **Câu 6:** Nguyên hàm của hàm số  là  **A.** **B.** **C.** **D.**  **Câu 7:** Trong các khẳng định dưới đây, có bao nhiêu khẳng định đúng?  (1): Mọi hàm số liên tục trên  đều có đạo hàm trên .  (2): Mọi hàm số liên tục trên  đều có nguyên hàm trên .  (3): Mọi hàm số đạo hàm trên  đều có nguyên hàm trên .  (4): Mọi hàm số liên tục trên  đều có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên .  **A.** . **B.**  **C.**  **D.**  **Câu 8:** Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số  trên .  **A.** **B.**  **C.** **D.**  **Câu 9:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số .  **A.**. **B.**.  **C.**. **D.**.  **Câu 10:** Tính  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **MỨC ĐỘ: THÔNG HIỂU.**  **Câu 11:** Tìm họ nguyên hàm của hàm số .  **A.** . **B.** . **C.** . **D.**.  **Câu 12:** Tìm nguyên hàm  của hàm số , biết.  **A.** **B.**  **C.** **D.**  **Câu 13:** Hàm số  là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau đây?  **A.**. **B.**.  **C.**. **D.**.  **Câu 14:** Cho biết  là một nguyên hàm của . Tìm nguyên hàm của .  **A.**. **B.**.  **C.**. **D.**.  **Câu 15:** Cho hàm số  xác định trên  thỏa mãn ,  và . Giá trị của biểu thức  bằng  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 16:** Tìm nguyên hàm  của hàm số , biết đồ thị hàm số  đi qua gốc tọa độ.  **A.** . **B.** .  **C.** . **D.** .  **MỨC ĐỘ: VẬN DỤNG THẤP.**  **Câu 17:** Cho hàm số  thỏa mãn ,  và . Tính .  **A.** . **B.** . **C.** . **D.** .  **Câu 18:** Cho hàm số  xác định trên khoảng  thỏa mãn ,  và . Giá trị của biểu thức  bằng  **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  **Câu 19:** Cho hàm số ;  và .  Tính tổng ; với  tối giản. Chọn khẳng định đúng  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 20:** Cho trên  và  là một nguyên hàm của  thỏa mãn . Biết  thỏa mãn . Tính .  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **BÀI 2: TÍCH PHÂN.**  **LOẠI 1. ĐỊNH NGHĨA, TÍNH CHẤT VÀ TÍCH PHÂN CƠ BẢN.**  **MỨC ĐỘ: NHẬN BIẾT.**  **Câu 1:** Cho  và . Tính  bằng  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 2:** Tính tích phân .  **A.** **B.** **C.** **D.**  **Câu 3:** Nếu và (*a*<*d*<*b*). Tích phân  bằng  **A.**10. **B.**7. **C.**-3. **D.**3.  **Câu 4:** Cho  và  là hai hàm số liên tục trên đoạn , thỏa mãn:  và . Tính .  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 5:** Cho  và . Tính giá trị của tích phân .  **A.**. **B.****. C.**. **D.**.  **Câu 6:** Cho . Tính tích phân .  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 7:** Cho  là các hàm liên tục trên . Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây.  **A.**. **B.**.  **C.**. **D.**.  **MỨC ĐỘ: THÔNG HIỂU.**  **Câu 8:** Biết  với  là các số nguyên dương. Tính .  **A.** . **B.** . **C.** . **D.** .  **Câu 9:** Cho hàm số  liên tục trên  và có ; . Tính .  **A.** **B.** **C.** **D.**  **Câu 10:** Cho , . Giá trị của  là  **A.** **B.** **C.** **D.**  **Câu 11:** Cho tích phân , . Tính  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 12:** Biết . Tính giá trị của biểu thức .  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 13:** Cho hàm số  là hàm số chẵn, liên tục trên  và số thực  dương thỏa . Tính .  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 14:** Cho hàm số  thoả mãn điều kiện ,  liên tục trên  và . Khi đó  bằng  **A.** **B. C.** **D.**  **Câu 15:** Cho hàm số  liên tục trên đoạn  và  và . Tính .  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 16:** Giả sử , với  là số nguyên. Giá trị của  là  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **MỨC ĐỘ: VẬN DỤNG THẤP.**  **Câu 17:** Biết. Trong đó , ,  là các số nguyên dương, phân số  tối giản. Tính .  **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  **Câu 18:** Cho hàm số  liên tục trên  thỏa mãn , . Tính .  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 19:** Xét hàm số  liên tục trên  và thỏa mãn điều kiện . Tích phân  bằng:  **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  **MỨC ĐỘ: VẬN DỤNG CAO.**  **Câu 20:** Cho hàm số  liên tục trên  và . Tính giá trị .  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.    **Câu 21:** Cho tam thức bậc hai  có hai nghiệm thực phân biệt , . Tính tích phân .  **A.** **B.** **C.** **D.**  **Câu 22:** Cho hàm số  có đạo hàm liên tục trên  thỏa mãn ,  và . Tìm giá trị lớn nhất của  **A.** . **B.** . **C.** . **D.** .  **Câu 23:** Cho hàm số . Có đạo hàm liên tục trên . Biết  và , . Tính .  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 24:** Cho hàm số  liên tục trên đoạn  và thoả mãn . Tích phân  có kết quả dạng , , ,  là phân số tối giản. Tính .  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 25:** Cho hàm số  có đạo hàm liên tục trên đoạn  và  Biết , . Tính .  **A.** **B.** **C.** **D.**  **BÀI 3: ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN.**    **MỨC ĐỘ: NHẬN BIẾT.**  **Câu 1:** Cho hàm số  liên tục trên đoạn . Gọi  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số , trục hoành và hai đường thẳng , . Diện tích hình  được tính theo công thức  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số ,  liên tục trên đoạn  và hai đường thẳng ,  được xác định theo công thức  **A.** **B.**  **C.** **D.**  **Câu 3:** Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng và .  **A.** **B.** **C.** **D.**  **Câu 4:** Cho hình phẳng trong hình bên (phần tô đậm) quay quanh trục hoành. Thể tích khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào trong các công thức sau đây?    **A.**. **B.**.  **C.**. **D.**.  **Câu 5:** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường , và trục. Diện tích của hình phẳng  được tính bởi công thức  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 6:** Cho hàm số  liên tục trên đoạn . Gọi  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục hoành , hai đường thẳng (như hình vẽ bên dưới). Giả sử  là diện tích của hình phẳng . Tính .    **A.** . **B.** .  **C.** . **D.** .  **Câu 7:** Cho miền phẳng  giới hạn bởi đồ thị hàm số , hai đường thẳng , và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay  quanh trục hoành.  **A.** **B.** **C.** **D.**  **Câu 8:** Thể tích khối tròn xoay có được khi quay quanh  hình phẳng giới hạn bởi các đường , , ,  bằng  **A.** . **B.** . **C.** . **D.** .  **Câu 9:** Cho hình phẳng  giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục hoành và hai đường thẳng , . Quay  xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là  **A.**. **B.**.  **C.**. **D.**.  **Câu 10:** Cho hình phẳng  giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục hoành và hai đường thẳng . Quay  xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là.  **A.** . **B.** .  **C.** . **D.** .  **MỨC ĐỘ: THÔNG HIỂU.**  **Câu 11:** Cho  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số , đường thẳng  và trục tung .    Diện tích của bằng  **A.**  . **B.** . **C.** . **D.** .  **Câu 12:** Tính diện tích hình phẳng giới han bởi các đường  và  **A.** **B.** **C.** **D.**  **Câu 13:** Cho hàm số  liên tục trên . Diện tích  cuả miền hình phẳng ( miền tô đen trong hình vẽ bên ) được tính bởi công thức    **A.**. **B.**.  **C.**. **D.**.  **Câu 14:** Gọi S làdiện tích miền hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên. Công thức tính S là  **A.** **B.**  **C.** **D.**  **Câu 15:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng , và đường cong có phương trình .  **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  **Câu 16:** Cho hình phẳng  giới hạn bởi các đường , ,  và trục hoành. Tính thể tích  của khối tròn xoay sinh bởi hình  quay quanh trục .  **A.** . **B.**. **C.** . **D.** .  **Câu 17:** Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi phép quay xung quanh trục  hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng .  **A.**  **B.** **C.**  **D.**  **Câu 18:** Tính thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường , , ,  quanh trục  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 19:** Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường , , ,  xung quanh trục  là  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 20:** Cho hình thang cong  giới hạn bởi các đường , , , . Thể tích vật thể tròn xoay được tạo ra khi cho hình  quay quanh trục hoành bằng  **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  **MỨC ĐỘ: VẬN DỤNG THẤP.**  **Câu 21:** Cho  là hình phẳng giới hạn bởi parabol  và đường Elip có phương trình  (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của  bằng    **A.**. **B.** . **C.** . **D.** .  **Câu 22:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  và các tiếp tuyến tại các điểm  và .  **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  **Câu 23:** Cho hàm số  (với là tham số khác ) có đồ thị là . Gọi  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  và hai trục tọa độ. Có bao nhiêu giá trị thực của  thỏa mãn ?  **A.**Không **B.**Một **C.**Ba **D.**Hai  **Câu 24:** Trong mặt phẳng tọa độ , gọi  là hình phẳng giới hạn bởi các đường , , ,  và hình  là hình gồm các điểm  thỏa: , , .    Cho và  quay quanh trục  ta được các vật thể có thể tích lần lượt là , . Đẳng thức nào sau đây đúng?  **A.** **B.** **C.** **D.**  **Câu 25:** Đồ thị của hàm số  trên đoạn  như hình vẽ dưới đây (phần cong của đồ thị là một phần của Parabol ). Tính .    **A.**  **B.** . **C.** . **D.** .  **Câu 26:** Thể tích của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn  xung quanh trục hoành là  **A.** **B.** **C.** **D.**  **Câu 27:** Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay quanh trục  hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số , trục hoành và đường thẳng  là  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 28:** Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số , đường thẳng  và trục hoành (phần gạch chéo trong hình vẽ). Thể tích của khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng trên khi quay quanh trục bằng.    **A.** . **B.** . **C.** . **D.** .  **Câu 29:** Cho hình phẳng  giới hạn bởi các đường , , , . Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình  quanh trục .  **A.  B.  C.  D.**  **Câu 30:** Cho hai đường tròn  và  cắt nhau tại hai điểm  sao cho  là một đường kính của đường tròn  . Gọi  là hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn (phần được tô màu như hình vẽ). Quay quanh trục  ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích  của khối tròn xoay tạo thành.    **A.**. **B.**. **C.**. **D.**  **MỨC ĐỘ : VẬN DỤNG CAO.**  **Câu 31:** Cho parabol  cắt trục hoành tại hai điểm ,  và đường thẳng . Xét parabol  đi qua ,  và có đỉnh thuộc đường thẳng . Gọi  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  và .  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  và trục hoành. Biết  (tham khảo hình vẽ bên).    Tính .  **A.** **B.** **C.** **D.**  **Câu 32:** Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao , chiều rộng chân đế . Người ta căng hai sợi dây trang trí ,  nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau . Tỉ số  bằng              **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 33:** Một viên gạch hoa hình vuông cạnh cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm của viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên). Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng  Description: Description: C:\Users\Administrator\Desktop\Gach hoa parabol.jpg  Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng  **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  **BÀI TOÁN THỰC TẾ VÀ ỨNG DỤNG THỂ TÍCH.**  **MỨC ĐỘ: THÔNG HIỂU.**  **Câu 34:** Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc . Đi được  người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc . Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn?  **A.**  mét. **B.**  mét. **C.**  mét. **D.**  mét.  **Câu 35:** Một ôto đang chuyển động đều với vận tốc  rồi hãm phanh chuyển động chậm dần đều với vận tốc , trong đó  là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Tính quãng đường mà ôto đi được trong  giây cuối cùng đến khi dừng hẳn.  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 36:** Một ô tô đang chạy với tốc độ  thì người lái xe đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc , trong đó  là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**.  **Câu 37:** Một vật chuyển động vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường cong parabol có hình bên dưới.    Biết rằng sau s thì vật đó đạt đến vận tốc cao nhất và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất thì vật đó đi được quãng đường bao nhiêu mét?  **A.** m **B.** m **C.** m **D.** m  **Câu 38:** Một vật đang chuyển động với vận tốc  thì bắt đầu tăng tốc với gia tốc    Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian  giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là  **A.** **B.** **C.** **D.**  **Câu 39:** Hai người ,  đang chạy xe ngược chiều nhau thì xảy ra va chạm, hai xe tiếp tục di chuyển theo chiều của mình thêm một quãng đường nữa thì dừng hẳn. Biết rằng sau khi va chạm, một người di chuyển tiếp với vận tốc  mét trên giây, người còn lại di chuyển với vận tốc  mét trên giây. Tính khoảng cách hai xe khi đã dừng hẳn.  **A.**  mét **B.**  mét **C.**  mét **D.**  mét  **Câu 40:** Cho hàm số  có đồ thị . Giả sử  cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi  với trục hoành có diện tích phần phía trên trục hoành bằng diện tích phần phía dưới trục hoành. Khi đó  thuộc khoảng nào dưới đây?  **A.**. **B.**. **C.**. **D.**. | | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | | | | | | | | |

[B

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. **HÌNH HỌC GIẢI TÍCH TRONG KHÔNG GIAN** | | | | | | | | | | | |
|  | | | 1. **Hệ trục tọa độ *Oxyz:*** | | | | | | | | |
| * Hệ trục gồm ba trục  đôi một vuông góc nhau. * Trục **trục hoành**, có vectơ đơn vị . * Trục : **trục tung**, có vectơ đơn vị . * Trục **trục cao**, có vectơ đơn vị * Điểm  là **gốc tọa độ**. | | | | | | | | |
| 1. **Tọa độ vectơ:** Vectơ .   Cho . Ta có: | | | | | | | | |
|  | | | | | | | * cùng phương | | | | |
|  | | | | | | |
|  | | | | | | |
|  | |  | | | | | | | |  | |
|  | | | | | |  | | | | | |
| 1. **Tọa độ điểm:**. Cho, ta có: | | | | | | | | | | | |
|  | | | | | |  | | | | | |
| * Toạ độ trung điểm *M* của đoạn thẳng *AB*: | | | | | | * Toạ độ trọng tâm *G* của tam giác *ABC*: | | | | | |
| **QUY TẮC CHIẾU ĐẶC BIỆT** | | | | | | | | | | | |
| **Chiếu điểm trên trục tọa độ** | | | | | | **Chiếu điểm trên mặt phẳng tọa độ** | | | | | |
| * Điểm * Điểm * Điểm | | | | | | * Điểm * Điểm * Điểm | | | | | |
| **Đối xứng điểm qua trục tọa độ** | | | | | | **Đối xứng điểm qua mặt phẳng tọa độ** | | | | | |
|  | | | | | |  | | | | | |
| 1. **Tích có hướng của hai vectơ:** | | | | | | | | | | | |
| **☞ Định nghĩa:**Cho, , tích có hướng của  và  là:  . | | | | | | | | | | | |
| **☞ Tính chất:** |  | | |  | | | | | | |  |
| * Điều kiện **cùng phương** của hai vectơ  là  với | | | | | | | * Điều kiện **đồng phẳng** của ba vectơ  và  là | | | | |
| * **Diện tích hình bình hành***ABCD:* | | | | | | | | | * **Diện tích tam giác***ABC*: | | |
| * **Thể tích khối hộp**: | | | | | | | | * **Thể tích tứ diện:**. | | | |
| 1. **Phương trình mặt cầu:** | | | | | | | | | | | |
| **Dạng 1:** | | | | | **Dạng 2:** | | | | | | |
| **☞** Phương trình  là phương trình mặt cầu. | | | | | | | | | | | |
| **Bài toán 5.1.Viết phương trình mặt cầu tâm *I* và đi qua điểm *M*.**   * **Bước 1:** Tính bán kính . * **Bước 2:** Viết phương trình mặt cầu **dạng 1**. | | | | | | | **Bài toán 5.2.Viết phương trình mặt cầu có đường kính *AB*.**   * **Bước 1:** Tìm tâm *I* là trung điểm *AB*. Bán kính . * **Bước 2:** Viết phương trình mặt cầu **dạng 1**. | | | | |

**\*BÀI TẬP ÁP DỤNG**

**CHỦ ĐỀ 1. TỌA ĐỘ ĐIỂM – VECTƠ.**

**LOẠI 1. TÌM TỌA ĐỘ ĐIỂM, VECTƠ LIÊN QUAN ĐẾN HỆ TRỤC OXYZ.**

**MỨC ĐỘ: NHẬN BIẾT.**

**Câu 1:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho điểm . Điểm  đối xứng với  qua mặt phẳng  là

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ  cho điểm . Tọa độ điểm  đối xứng với điểm  qua mặt phẳng  là

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Câu 3:** Trong không gian tọa độ  cho , ,  và  là trọng tâm tam giác . Xác định vectơ chỉ phương của đường thẳng .

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Câu 4:** Trong không gian , cho hai vectơ ,  cùng phương. Tính .

**A.** **B.** **C.** **D.**Không tính được

**Câu 5:** Trong không gian , cho ba vectơ , , . Tìm mệnh đề **đúng.**

**A.**Hai vectơ  và cùng phương. **B.**Hai vectơ  và cùng phương.

**C.**Hai vectơ  và không cùng phương. **D.**.

**Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt phẳng . Vectơ nào trong các vectơ sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng ?

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho ba véctơ , , , đặt . Tìm tọa độ của .

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Câu 8:** Trong không gian , cho  và điểm . Tìm tọa độ điểm  thỏa mãn .

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Câu 9:** Trong không gian, cho điểm  Hình chiếu của  lên trục  là điểm ?

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Câu 10:** Trong không gian với hệ toạ độ , cho vector . Toạ độ của vector  là.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.**.

**Câu 11:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho véc tơ  thỏa mãn hệ thức . Bộ số nào dưới đây là tọa độ của véc tơ .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 12:** Trong không gian , cho biểu diễn của vectơ  qua các vectơ đơn vị là . Tọa độ của vectơ  là

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Câu 13:** Trong không gian , cho điểm . Hình chiếu vuông góc của  trên  là điểm nào sau đây.

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Câu 14:** Trong không gian , cho điểm . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Câu 15:** Trong không gian , cho điểm . Hình chiếu vuông góc của  trên mặt phẳng  là điểm:

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Câu 16:** Trong không gian , cho điểm  và . Tọa độ vectơ  là:

**A. **. **B. **. **C. **. **D.**.

**Câu 17:** Trong không gian , cho điểm . Hính chiếu vuông góc của điểm  trên mặt phẳng  là điểm . Tọa độ điểm  là

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho hai điểm, . Tìm tọa độ trung điểm  của đoạn .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 19:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho tam giác  với . Tìm tọa độ trọng tâm  của tam giác .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 20:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho hai điểm  và . Gọi là trung điểm của đoạn. Xác định tọa độ của điểm .

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Câu 21:** Trong không gian  cho . Tính tọa độ của vectơ .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 22:** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  . Độ dài đoạn thẳng  bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 23:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho hai điểm  và . Tọa độ vec-tơ  là

**A.** . **B.** . **C.**. **D.** .

**Câu 24:** Trong không gian , cho hai điểm  và . Độ dài đoạn thẳng  bằng

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**MỨC ĐỘ: THÔNG HIỂU.**

**Câu 25:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho tam giác  với , . Biết rằng tam giác  có trực tâm  tìm tọa độ của điểm.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 26:** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho 3 điểm . Hãy cho biết tập hợp những điểm cách đều 3 điểm *A*, *B*, *C* là gì?

**A.**Một điểm duy nhất. **B.**Một mặt phẳng. **C.**Một đường thẳng. **D.**Không tồn tại.

**Câu 27:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho điểm , gọi  là hình chiếu vuông góc của  lên , khi đó trung điểm của  có tọa độ là:

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Câu 28:** Trong không gian cho các điểm , , . Với giá trị nào của  thì ba điểm  thẳng hàng?

**A.** và . **B.**  và . **C.**  và . **D.**  và .

**MỨC ĐỘ : VẬN DỤNG THẤP.**

**Câu 29:** Trong không gian cho các vectơ , ,  không đồng phẳng thỏa mãn . Tính .

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

**Câu 30:** Trong không gian  cho , ,  và mặt phẳng .  là điểm thuộc mặt phẳng  sao cho biểu thức  có giá trị nhỏ nhất. Xác định .

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Câu 31:** Trong không gian tọa độ  cho , , . Đường phân giác trong góc  của tam giác  cắt mặt phẳng  tại . Tính .

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Câu 32:** Trong không gian , cho điểm , đường thẳng  và mặt phẳng . Điểm  thuộc mặt phẳng  thỏa mãn đường thẳng  vuông góc và cắt đường thẳng . Tọa độ điểm  là

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Câu 33:** Trong không gian , cho ba điểm , , . Tìm tất cả các điểm  sao cho  là hình thang có đáy  và .

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**LOẠI 2. TÍCH VÔ HƯỚNG VÀ ỨNG DỤNG.**

**MỨC ĐỘ: NHẬN BIẾT.**

**Câu 34:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho vectơ  và . Tính tích vô hướng của  và .

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**

**Câu 35:** Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, tìm điều kiện để 2 vectơ  cùng phương.

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Câu 36:** Trong không gian , cho điểm . Khoảng cách từ  đến trục toạ độ  bằng:

**A. B.** **C. D.**

**Câu 37:** Trong không gian , cho hai điểm , . Độ dài đoạn thẳng  bằng

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**MỨC ĐỘ: THÔNG HIỂU.**

**Câu 38:** Trong không gian với hệ tọa độ  cho mặt phẳng . Gọi , ,  lần lượt là giao điểm của mặt phẳng  với các trục tọa độ , , . Thể tích khối tứ diện  bằng

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 39:** Trong không gian , cho tam giác  với  , , . Số đo góc  của tam giác  là

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 40:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho tam giác  với , , . Phương trình đường cao  của tam giác  là

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Câu 41:** Trong không gian  cho vectơ  và . Tìm tất cả các giá trị của tham số  biết .

**A.** **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 42:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho ba điểm ,,. Điểm  thỏa mãn  là hình bình hành. Tọa độ của điểm  là

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**MỨC ĐỘ : VẬN DỤNG THẤP.**

**Câu 43:** Trong không gian , cho mặt cầu  tiếp xúc với hai mặt phẳng ,  lần lượt tại các điểm,. Độ dài đoạn là

**A.**  . **B. **. **C. **. **D. **.

**MỨC ĐỘ: VẬN DỤNG CAO.**

**Câu 44:** Trong không gian  cho đường thẳng  và mặt c .Tìm  để đường thẳng cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt , sao cho độ dài đoạn lớn nhất

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Câu 45:** Trong không gian , cho hai đường thẳng , . Đường thẳng  cắt ,  lần lượt tại các điểm ,  thỏa mãn độ dài đoạn thẳng  nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng  là

**A. **. **B. **.

**C. **. **D. **.

**LOẠI 3. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU (XÁC ĐỊNH TÂM, BÁN KÍNH, VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU ĐƠN GIẢN, VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI HAI MẶT CẦU, ĐIỂM ĐẾN MẶT CẦU ĐƠN GIẢN.**

**MỨC ĐỘ: NHẬN BIẾT.**

**Câu 46:** Trong không gian , cho mặt cầu . Tìm tọa độ tâm  và bán kính  của mặt cầu .

**A., .** **B.** , . **C.** , . **D.** , .

**Câu 47:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho mặt cầu . Tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu là

**A.**,  **B.**, 

**C.**,  **D.**, 

**Câu 48:** Trong không gian , cho mặt cầu  có phương trình . Tọa độ tâm  của  là.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 49:** Trong không gian , tọa độ tâm  và bán kính của mặt cầu  là

**A.**,  **B.**,  **C.**,  **D.**, 

**Câu 50:** Trong không gian với hệ tọa độ , viết phương trình chính tắc của mặt cầu có đường kính  với , .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 51:** Trong không gian , tìm tọa độ tâm  và bán kính  của mặt cầu .

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Câu 52:** Trong không gian với hệ tọa độ  cho mặt cầu  Trong các điển đuợc cho dưới đây, điểm nào nằm ngoài mặt cầu ?

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Câu 53:** Trong không gian , cho mặt cầu . Tìm tọa độ tâm  và bán kính  của mặt cầu .

**A.**  và . **B.**  và .

**C.**  và . **D.** và .

**Câu 54:** Trong không gian , phương trình nào dưới đậy là phương trình mặt cầu tâm , bán kính ?

**A. **. **B. **.

**C. .** **D.**.

**Câu 55:** Trong không gian với hệ tọa độ  cho hai điểm  Viết phương trình mặt cầu có đường kính 

**A.** **B.**

**C.** **D.**

**Câu 56:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho mặt cầu  có phương trình . Xác định tọa độ tâm  và tính bán kính  của mặt cầu .

**A. **; ****. **B. **; ****. **C. **. **D. **.

**Câu 57:** Trong không gian , cho mặt cầu . Tìm toạ độ tâm  và bán kính  của mặt cầu .

**A.** và . **B.** và .

**C.** và . **D.** và .

**Câu 58:** Trong không gian tọa độ , cho mặt cầu . Khi đó tâm

và bán kính mặt cầu đó là?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**MỨC ĐỘ: THÔNG HIỂU.**

**Câu 59:** Trong không gian  cho ba điểm , , . Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện là

**A.**  **B.** **C.**  **D.** 

**Câu 60:** Trong không gian , cho  và mặt phẳng  và . Mặt cầu  tâm  là giao điểm của  và , mặt phẳng  tiếp xúc với . Viết phương trình của mặt cầu .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 61:** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho điểm . Lập phương trình mặt cầu tâm  và tiếp xúc với trục .

**A.**. **B.**.

**C.**. **D.**.

**MỨC ĐỘ: VẬN DỤNG THẤP.**

**Câu 62:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  cho mặt cầu  và  cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn . Tìm tọa độ tâ của đường tròn .

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 63:** Cho hai mặt phẳng  và  vuông góc với nhau theo giao tuyến . Trên đường  lấy hai điểm ,  với . Trong mặt phẳng  lấy điểm  và trong mặt phẳng  lấy điểm  sao cho ,  cùng vuông góc với  và . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 64:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  cho hai đường thẳng  và  và mặt phẳng  Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng  và  cắt mặt phẳng  theo một đường tròn có bán kính bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**MỨC ĐỘ: VẬN DỤNG CAO.**

**Câu 65:** Trong không gian với hệ tọa độ  cho ba điểm , , . Điểm  thay đổi trên mặt phẳng  và  là điểm trên tia  sao cho . Biết rằng khi  thay đổi, điểm  luôn thuộc một mặt cầu cố định. Tính bán kính của mặt cầu đó.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Câu 66:** Trong không gian, cho mặt cầu  và các điểm , . Biết rằng tập hợp các điểm thuộc  và thỏa mãn  là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Câu 67:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho  điểm , , , , . Tìm số mặt phẳng cách đều  điểm .

**A.** . **B. **. **C. **. **D. **.

**LOẠI 4. CÁC BÀI TOÁN CỰC TRỊ.**

**MỨC ĐỘ: THÔNG HIỂU.**

**Câu 68:** Trong không gian với hệ tọa độ , cho đường thẳng  và hai điểm , . Tìm tọa độ điểm  thuộc đường thẳng  sao cho  đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.** **B.** **C.** **D.**

**MỨC ĐỘ: VẬN DỤNG THẤP.**

**Câu 69:** Trong không gian với hệ tọa độ  cho các điểm , , . Biết điểm  nằm trên mặt phẳng sao cho  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng .

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Câu 70:** Trong không gian  cho ba điểm . Điểm  thuộc mặt phẳng :  sao cho giá trị của biểu thức  nhỏ nhất. Khoảng cách từ điểm  đến mặt phẳng  bằng

**A. **. **B. **. **C. **. **D. **.

**Câu 71:** Trong không gian , cho điểm  và mặt phẳng . Điểm  thay đổi thuộc ; điểm  thay đổi thuộc mặt phẳng . Biết rằng tam giác  có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm  là.

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.

**Câu 72:** Trong không gian , cho , ,  và mặt cầu  có phương trình . Tìm điểm  thuộc  sao cho thể tích khối tứ diện  lớn nhất. Tính giá trị của ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 73** Trong không gian với hệ tọa độ , chokhác . Gọi D là một điểm nằm khác phía với O so với mặt phẳng ,sao cho tứ diện có các cặp cạnh đối bằng nhau. Tìm khoảng cách ngắn nhất từ O đến tâm I mặt cầu ngoại tiếp tứ diện 

**A. **. **B.**. **C. ** **D. **.

**MỨC ĐỘ: VẬN DỤNG CAO.**

**Câu 74:** Trong không gian , cho mặt cầu  và hai điểm , . Gọi  là tập hợp các điểm  để  đạt giá trị nhỏ nhất. Biết rằng là một đường tròn bán kính . Tính .

**A.**. **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 75:** Trong không gian tọa độ  cho ,  và  là điểm thay đổi trên mặt phẳng  sao cho ,  cùng tạo với mặt phẳng  các góc bằng nhau. Tính giá trị nhỏ nhất của .

**A.** **B.** **C.** **D.**

**Câu 76:** Trong không gian , cho ba điểm , , . Tìm điểm  sao cho  đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.**. **B.**. **C.**. **D.**.